

文章编号: 1000-8055(2007)01-0102-06

基于成败试验的导弹贮存可靠性 Bayes 分析模型

刘 飞, 窦毅芳, 张为华

(国防科学技术大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410008)

摘 要: 针对传统导弹贮存可靠性分析方法的缺点, 提出了一种 Bayes 分析模型. 这种模型以狄氏分布为先验分布, 综合利用了历史信息和专家信息, 结合导弹检测时间段的成败试验数据, 给出了各检测时间段可靠性的联合后验分布, 然后利用 Gibbs 抽样算法进行后验推断, 得到了各阶段可靠性的 Bayes 估计和区间估计. 此外, 基于当前试验数据, 利用这种模型以预测未来导弹贮存可靠性. 算例表明这种 Bayes 模型参数含义清楚, 利于工程应用.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 导弹; 贮存可靠性; 狄氏分布; Bayes 估计; Gibbs 抽样算法

中图分类号: V435.1

文献标识码: A

Bayesian model for missile storage reliability analysis based on success-failure test

LIU Fei, DOU Yifang, ZHANG Weihua

(College of Aerospace and Material Engineering

National University of Defense Technology, Changsha 410008, China)

Abstract: In view of the disadvantages of the classical analysis method for missile storage reliability analysis, a Bayesian model was proposed in this paper. The Dirichlet distribution was taken as prior distribution in the model. The historical information and expert information were synthetically used. Combined with the missile success-failure test data for every stage, the joint posterior distribution of reliability was generated. Then, the Gibbs sampling algorithm was used to compute the posterior inference. The Bayesian estimators and Bayesian lower bound were gained for the reliability of every stage. Furthermore, based on the test data, the model can be used to predict the missile storage reliability. The example shows that the parameters of the Bayesian model have apparent meaning and are convenient to use for engineering applications.

Key words: aerospace propulsion system; missile; storage reliability; Dirichlet distribution; Bayesian estimation; Gibbs sampling algorithm

任何产品制造出厂后, 如果暂时不使用, 就需要贮存. 特别对于导弹武器系统, 一次使用, 长期贮存, 遇到的贮存环境比较复杂, 除了固定的库房贮存外, 还有临时的简易库房贮存. 当贮存阵地需要转移时,

还要考虑运输振动环境. 涉及到的环境因素很多, 如振动、温度、湿度、风、雨、冰雪、尘砂、盐雾等. 这些环境因素长期作用于产品, 将引起各种机械应力、化学应力、热应力等使导弹特性参数发生变化. 当参数变

收稿日期: 2005-12-09; 修订日期: 2006-05-29

基金项目: 国家“863”计划(2003AA765030)

作者简介: 刘飞(1976), 男, 江苏徐州人, 国防科学技术大学航天与材料工程学院博士生, 主要从事可靠性增长试验分析及加速寿命试验评估研究.

化超过允许值时, 导弹就不能投入使用. 因此, 研究导弹贮存可靠性问题具有重要意义.

导弹贮存可靠性是一种非工作状态的可靠性, 其可靠性随贮存时间而慢慢下降, 且下降曲线受贮存环境、贮存期的维护管理等因素影响. 不管怎样, 我们可以根据试验数据来把握这种变化, 也就是说, 选择相应的数学模型, 定量得出库存导弹的可靠性随贮存时间的变化规律. 而且, 变化规律曲线按现有的贮存条件可以预测将来某个时刻库存导弹的可靠性, 以便为贮存可靠性管理提供科学的决策依据. 传统的方法^[1]是预先假定导弹贮存可靠性的变化规律(一般假设为指数衰减), 然后根据各检测时间段的试验数据确定衰减模型参数. 但是这种方法需要进行各检测时间段导弹可靠性的极大似然估计, 而实际上各检测时间段的试验数据一般很少, 小样本情况下极大似然估计存在较大偏差. 另一方面, 在导弹的研制和使用部门存在许多关于贮存可靠性的历史信息, 而且工程专家对贮存可靠性有一定的经验认识, 具有很多专家信息, 而这些信息无法被传统方法所使用.

针对这些问题, 本文提出了一种导弹贮存可靠性分析的 Bayes 模型. 这种模型主要基于 Mazzuchi-Soyer 可靠性增长模型^[2,4], 以狄氏分布为先验分布, 综合利用了历史信息和专家信息, 结合导弹各检测时间段的成败试验数据, 给出了各检测时间段可靠性的联合后验分布, 然后利用 Gibbs 抽样算法进行后验推断, 得到了各阶段可靠性的 Bayes 估计和区间估计. 此外, 基于当前试验数据, 利用这种模型可以预测导弹未来贮存可靠性.

1 数学模型

首先引入如下模型假设:

- (1) 将导弹的贮存期划分为 m 个检测时间区间, 例如每年进行试验检测, 则 $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_m$;
- (2) 在第 i 检测时间段, 随机地从弹库里取 n_i 枚进行实弹试验, 成功 s_i 枚, 得到导弹的成败型试验数据;
- (3) 设第 i 检测时间段导弹可靠性为 R_i , 由于导弹在其贮存期内受各种因素的影响, 可靠性不断降低, 因而假设

$$1 > R_1 \geq R_2 \geq \dots \geq R_{m-1} \geq R_m > 0 \quad (1)$$

基于上述假设, 研究目的是根据导弹各检测时间段的成败试验数据和模型约束(1), 对导弹的贮存可靠性进行分析和预测. 从数学角度看这是一个变动母体统计推断问题.

设 $\mathbf{R} = (R_1, \dots, R_m)$, $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{m+1})$, Mazzuchi、Soyer^[3]提出可以采用狄氏分布描述(1)式的顺序约束形式, 即 $\mathbf{R}$ 服从参数为 α, β 的狄氏先验分布, 其密度函数为

$$\pi(\mathbf{R} | \alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\beta)}{\prod_{i=1}^{m+1} \Gamma(\beta\alpha_i)} \prod_{i=1}^{m+1} (R_{i-1} - R_i)^{\beta\alpha_i - 1} \quad (2)$$

其中: $R_0 \equiv 1, R_{m+1} \equiv 0; \beta > 0, \alpha > 0, i = 1, \dots, m+1; \sum_{i=1}^{m+1} \alpha_i = 1$

由狄氏分布的性质知, 分布(2)的各个边际分布都为 Beta 分布, 即

$$\begin{aligned} R_i &\sim \text{Beta}(\beta(1 - \alpha_i^*), \beta\alpha_i^*) \\ R_j - R_i &\sim \text{Beta}(\beta(1 - \alpha_i^* + \alpha_j^*), \beta(\alpha_i^* - \alpha_j^*)) \end{aligned} \quad (3)$$

$$j < i \quad (4)$$

其中 $\alpha_i^* = \sum_{k=1}^i \alpha_k$. 因此, (2) 式的分布实际上是一个多元 Beta 分布. 进一步由 Beta 分布的性质知

$$E[R_i] = 1 - \alpha_i^* \quad (5)$$

$$\text{Var}[R_i] = \frac{\alpha_i^* (1 - \alpha_i^*)}{\beta + 1} \quad (6)$$

由(5)式进一步得

$$\alpha = E[R_{i-1}] - E[R_i] \quad (7)$$

由(7)可以看出参数 α 表示每一检测时间段导弹可靠性降低的幅度. 参数 β 反映了技术人员对这些估计值的确信程度. 对于给定的 α 值, β 值大(小), 则得到的先验标准差小(大), 从而说明对估计值的确信程度高(低).

实际使用中, 一般采用下式确定 β 值

$$\beta = \frac{\alpha(1 - \alpha)}{\sigma_{R_1}^2} - 1 \quad (8)$$

其中 $\sigma_{R_1}^2$ 表示 R_1 先验估计的标准差.

对于导弹的贮存可靠性, 我们可以根据类似型号贮存信息, 以及专家经验, 确定各检测时间段的可靠性先验估计值, 从而确定 α 值, 再根据(8)式确定 β 值.

设导弹进行了 k 个检测时间段成败试验, 则整个试验的似然函数为

$$L(n^{(k)}, s^{(k)}; \mathbf{R}) = \prod_{j=1}^k \binom{n_j}{s_j} R_j^{s_j} (1 - R_j)^{n_j - s_j} \quad (9)$$

其中 $n^{(k)} = (n_1, n_2, \dots, n_k)$, $s^{(k)} = (s_1, s_2, \dots, s_k)$.

由先验分布(2)、似然函数(9), 利用 Bayes 定理知, $\mathbf{R}$ 的后验分布核为

$$p(\mathbf{R} | \alpha, \beta) \propto$$

$$\prod_{j=1}^{m+1} (R_{j-1} - R_j)^{\beta_{j-1}} \prod_{j=1}^k R_j^{s_j} (1 - R_j)^{n_j - s_j} \propto \prod_{j=1}^k R_j^{s_j} (1 - R_j)^{n_j - s_j} (R_{j-1} - R_j)^{\beta_{j-1}} \cdot \prod_{j=k+1}^{m+1} (R_{j-1} - R_j)^{\beta_{j-1}} \quad (10)$$

2 后验推断计算方法

基于联合后验分布(10),若要得到各个 R_j 的后验推断,传统做法是对联合后验分布进行数值积分,但计算代价很高.例如,若要得到 R_j 的 Bayes 估计,需要对联合后验分布进行两次 $m-1$ 重数值积分,计算比较复杂.所以这里采用 Gibbs 抽样算法计算 R_j 的后验推断.

2.1 Gibbs 抽样算法^[5]

Gibbs 抽样是一种 Markov Chain Monte Carlo (MCMC) 算法,其基本思想是:从满条件分布中迭代地进行抽样,当迭代次数足够大时,可以得到来自联合后验分布的样本,进而也得到了来自边缘分布的样本.

对于联合后验分布(10),若给定 $R_i, j \neq i$, 则 $p(\mathbf{R} | \alpha, \beta)$ 仅为 R_i 的函数,此时称 $p(R_i | \alpha, \beta, R_j, j \neq i)$ 为参数 R_i 的满条件分布. Gibbs 抽样算法的过程如下:

设 $\mathbf{R}^0 = (R_1^0, \dots, R_m^0)$ 为任一初值,然后逐一从下述满条件分布抽样:

从满条件分布 $p(R_1 | R_2^0, R_3^0, \dots, R_m^0, \alpha, \beta)$ 中抽取 R_1^1

从满条件分布 $p(R_2 | R_1^1, R_3^0, \dots, R_m^0, \alpha, \beta)$ 中抽取 R_2^1

.....

从满条件分布 $p(R_m | R_1^1, R_2^1, \dots, R_{m-1}^1, \alpha, \beta)$ 中抽取 R_m^1

依次进行 n 次迭代后,得到 $\mathbf{R}^n = (R_1^n, \dots, R_m^n)$, 则 $\mathbf{R}^1, \mathbf{R}^2, \dots, \mathbf{R}^n, \dots$ 是 Markov 链的实现值. 此时, $\mathbf{R}^n$ 依分布收敛于平稳分布 $p(\mathbf{R} | \alpha, \beta)$.

需要计算的后验估计可写成某函数 $\phi(R_i)$ 关于后验分布 $p(R_i | \alpha, \beta)$ 的期望

$$E[\phi(R_i)] = \int_{\mathcal{R}} \phi(R_i) p(R_i | \alpha, \beta) dR_i \quad (11)$$

从不同的 $\mathbf{R}^0$ 出发,链经过一段时间的迭代后,可以认为各个时刻的 $\mathbf{R}^n$ 的边际分布都是平稳分布 $p(\mathbf{R} | \alpha, \beta)$, 此时,称它收敛了.而在收敛出现以前的一段时间,例如 m 次迭代中,各状态的边际分布还不能认为是 $p(\mathbf{R} | \alpha, \beta)$, 因此,应把前面

的 m 个迭代值舍掉,用后面的 $n-m$ 个迭代结果来估计,即

$$\hat{\phi}(R_i) = \frac{1}{n-m} \sum_{l=m+1}^n \phi(R_l^i) \quad (12)$$

上式称为遍历平均.由遍历性定理,有 $\hat{\phi}(R_i) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} E[\phi(R_i)]$, 即 $\hat{\phi}(R_i)$ 是期望 $E[\phi(R_i)]$ 的一致估计.这也表明,当 n 足够大时, $\mathbf{R}^n$ 可认为是来自联合后验分布 $p(\mathbf{R} | \alpha, \beta)$ 的一个样本, R_i^n 可视为来自边缘分布的 $p(R_i | \alpha, \beta)$ 的一个样本.

由以上 Gibbs 抽样算法过程可以看出,判断 Gibbs 抽样何时收敛到平稳分布 $p(\mathbf{R} | \alpha, \beta)$ 是一个重要问题.现在没有简单而有效的判断方法,本文主要采用以下方法:观测遍历均值是否已经收敛.在由 Gibbs 抽样得到的 Markov 链中每隔一段距离计算一次参数的遍历均值,当这样计算的遍历均值稳定后,可认为 Gibbs 抽样收敛了.

2.2 满条件分布抽样^[6]

由 Gibbs 抽样算法可以看出,计算的关键在于如何从各个满条件分布抽样.本文采取如下策略:

(1) 当 $i \leq k$ 时, R_i 的满条件分布为

$$p(R_i | \mathbf{R}^{(-i)}, \alpha, \beta) \propto (R_{i-1} - R_i)^{\beta_{i-1}} (R_i - R_{i+1})^{\beta_{i+1}-1} R_i^{s_i} (1 - R_i)^{n_i - s_i} \quad (13)$$

其中 $\mathbf{R}^{(-i)} = \{R_g | g \neq i, g = 1, 2, \dots, m+1\}$, $R_{i+1} \leq R_i \leq R_{i-1}$.

此时,对满条件分布(13)进行取舍抽样,令

$$f(R_k) = (R_{i-1} - R_i)^{\beta_{i-1}} (R_i - R_{i+1})^{\beta_{i+1}-1} R_i^{s_i} (1 - R_i)^{n_i - s_i} \\ g(R_k) = (R_{i-1} - R_i)^{\beta_{i-1}} (R_i - R_{i+1})^{\beta_{i+1}-1} \quad (14)$$

可见 $g(R_k)$ 为区间 (R_{i+1}, R_{i-1}) 上的截尾 Beta 分布,易于从 $g(R_k)$ 抽样.

注意到 $R_{i+1} \leq R_i \leq R_{i-1}$, 则

$$c = \sup_{R_i} \left[\frac{f(R_i)}{g(R_i)} \right] = \begin{cases} R_{i+1}^{s_i} (1 - R_{i+1})^{n_i - s_i}, & \text{若 } R_{i+1} \geq s_i/n_i \\ (s_i/n_i)^{s_i} (1 - s_i/n_i)^{n_i - s_i}, & \text{若 } R_{i+1} < s_i/n_i < R_{i-1} \\ R_{i-1}^{s_i} (1 - R_{i-1})^{n_i - s_i}, & \text{若 } R_{i-1} \leq s_i/n_i \end{cases} \quad (15)$$

至此,可以依照标准取舍抽样(Standard Rejection Sampling)的步骤得到满条件分布 $p(R_i | \mathbf{R}^{(-i)}, \alpha, \beta)$ 的抽样值.

(2) 当 $i > k$ 时, R_i 的满条件分布为

$$p(R_i | \mathbf{R}^{(-i)}, \alpha, \beta) \propto (R_{i-1} - R_i)^{\beta_{i-1}} \cdot$$

$$(R_i - R_{i+1})^{R_{i+1}-1}$$

(16)

为区间 (R_{i+1}, R_i) 上的截尾 Beta 分布, 易于抽样.

利用 Gibbs 算法得到 $\mathbf{R}$ 的抽样值后, 就可以利用这些抽样值对 R_i 的后验估计和后验区间估计进行推断了.

3 Bayes 估计稳定性分析

模型仿真的目的在于考察模型先验参数对可

靠性估计的影响, 实际上属于模型稳健性的研究内容, 模型对先验参数变化的敏感程度. 模型先验参数主要包括形状参数 α 和尺度参数 β , 这里采用可靠性先验估计和 β 值的变化体现先验参数的变化情况, 主要研究可靠性先验估计值偏低、真实、偏高三种情形, 模型尺度参数 β 分别取 15, 30, 50. 仿真时, 取 11 个试验阶段组成的研制过程, 阶段数据越多, 模型计算的复杂性越大, 每阶段试验数为 $n=10$. 具体仿真初值如表 1 所示.

表 1 仿真参数表

Table 1 Parameters values for simulation

试验阶段	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
可靠性真值	0.97	0.967	0.962	0.952	0.929	0.897	0.854	0.8	0.733	0.65	0.5
可靠性先验估计偏低	0.87	0.867	0.862	0.852	0.829	0.797	0.754	0.7	0.633	0.55	0.4
可靠性先验估计真值	0.97	0.967	0.962	0.952	0.929	0.897	0.854	0.8	0.733	0.65	0.5
可靠性先验估计偏高	0.98	0.975	0.97	0.962	0.95	0.94	0.90	0.85	0.813	0.73	0.6

首先由试验阶段可靠性真实值进行二项分布抽样, 得到虚拟试验成功数; 由可靠性先验估计和 β 值计算得到先验参数 α ; 利用模型得到的各试验阶段可靠性估计. 循环仿真 1000 次, 求得各试验阶段可靠性估计的平均值. 具体仿真流程如图 1 所示.

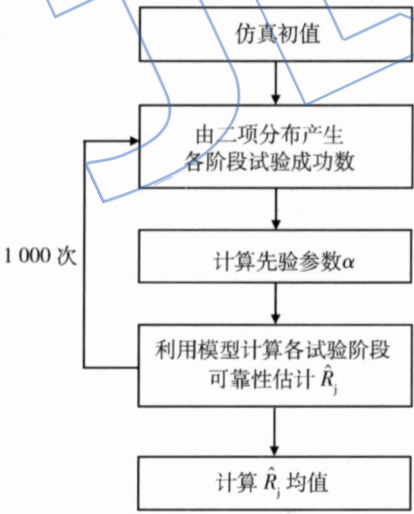


图 1 仿真流程图

Fig. 1 Simulation flow chart

按照上述仿真流程计算各种情形下各试验阶段的可靠性估计, 图 2、图 3、图 4 分别给出了 1000 次循环后先验估计偏低、真实、偏高三种情形下可靠性估计的平均值. 由图 2 可见当可靠性先验估计偏低时, β 取值增加可靠性估计值偏离可

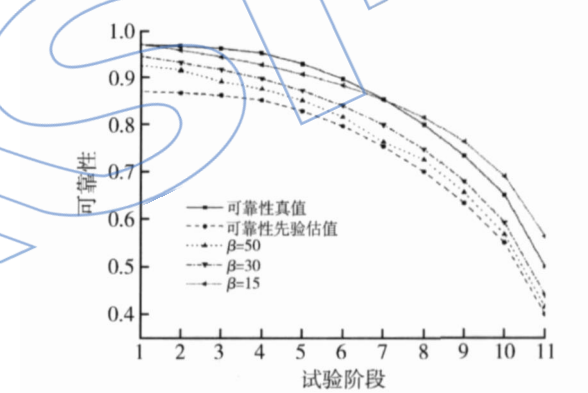


图 2 先验估计偏低时可靠性估计平均值

Fig. 2 Reliability estimation for prior estimated low

靠性真值越大, 这表明在可靠性先验估计偏低时, 应选择较小的 β 值; 由图 3 可见当可靠性先验估计取真值时, 三种 β 取值情形下可靠性估计均接近于可靠性真值, 在后期试验阶段 β 值越大可靠性估计越接近可靠性真值, 可见此时 β 取值对可靠性估计的影响不是很大, 虽然如此, 也应选择较大的 β 值保证结果尽可能准确. 由图 4 可见当可靠性先验估计偏高时, β 取值增加可靠性估计值偏离可靠性真值越大, 但是在后期试验阶段偏离程度增加. 三种情形下, β 取值越大可靠性估计越接近于可靠性先验估计值, 这也说明了 β 值表示我们对可靠性先验估计的确信程度, 当对先验估计把握较大时, 应选取较大的 β 值, 否则, 应选取较小 β 值, 这样才能保证可靠性估计偏差较小.

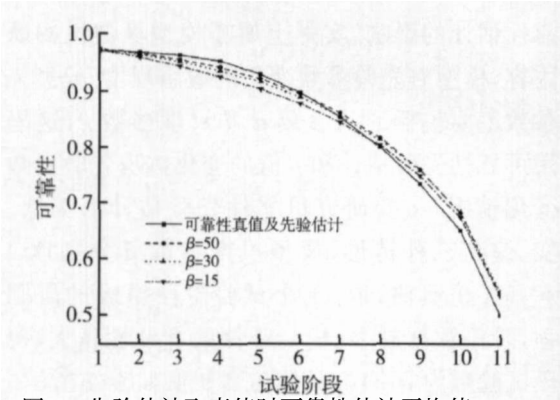


图 3 先验估计取真值时可靠性估计平均值

Fig. 3 Reliability estimation for prior estimated true

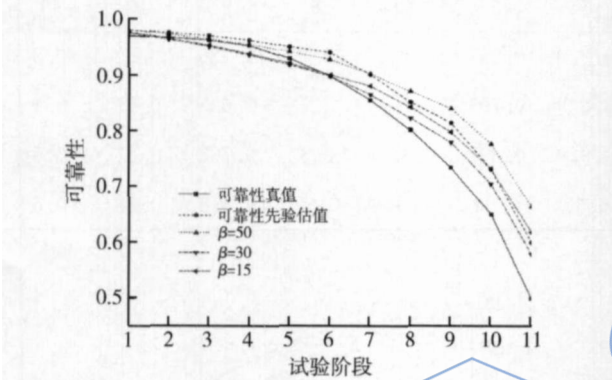


图 4 先验估计偏高时可靠性估计平均值

Fig. 4 Reliability estimation for prior estimated high

4 实例分析

某型导弹贮存期为 10 年,前 6 年每年对该弹进行实弹试验,成败试验数据如表 2 所示.试对导弹贮存期可靠性进行分析预测.

表 2 导弹贮存期实弹试验数据

Table 2 Missile test data for storage						
t_i	1	2	3	4	5	6
n_i	10	8	7	10	9	11
s_i	10	8	6	9	6	6

假设由历史信息 and 专家信息对各检测时间段导弹可靠性验前估计为

$$\tilde{R}=(\tilde{R}_1,\tilde{R}_2,\dots,\tilde{R}_{10})=(0.95,0.945,0.936,0.92,0.89,0.85,0.79,0.72,0.62,0.5).$$

利用 (7) 式得先验参数 α 为 $\alpha=(0.05,0.005,0.009,0.016,0.03,0.04,0.06,0.07,0.1,0.12,0.5).$

取 $\beta=50$.

将试验数据和先验参数值代入后验分布

(10), 然后利用 Gibbs 抽样算法计算各检测时间段的导弹可靠性估计. 在 Gibbs 抽样算法中取 5 000 次抽样迭代, 通过对抽样均值的监测, 发现在 500 次迭代内, Gibbs 抽样算法就收敛了. 图 5 给出了 R_6 的抽样值, 其它阶段的可靠性抽样值形态类似.

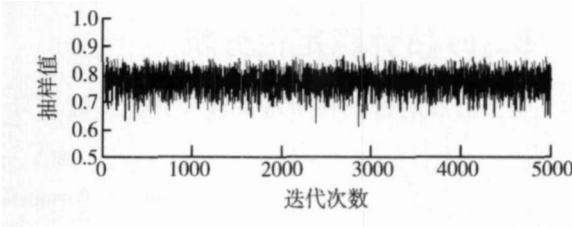


图 5 R_6 的抽样值

Fig. 5 Sampling Values for R_6

为了消除过渡过程的影响, 需选用“成熟”(burr in)数据, 以 501~ 5 000 次 R 抽样数据作为进行 Bayes 估计的 Gibbs 抽样值. 利用这些抽样值分别对各阶段可靠性进行后验估计, 结果如表 3. 其中, 后验均值和中位数分别是参数在平方损失和绝对差损失下的 Bayes 点估计, 2. 5% 和 97. 5% 两个分位数构成了参数的 95% 置信区间, 一般地, 计算 $\alpha/2$ 和 $1-\alpha/2$ 两个分位数, 就可以求出参数的 $1-\alpha$ 置信区间, 其中 α 为置信水平.

表 3 各阶段可靠性的后验估计

Table 3 Posterior estimators for every stage reliability					
	均值	标准差	2.5%分位点	中位点	97.5%分位点
R_1	0.9408	0.029 58	0.872 3	0.944 7	0.986 7
R_2	0.9332	0.031 16	0.862 7	0.936 4	0.982 4
R_3	0.9152	0.034 31	0.840 8	0.918 9	0.970 3
R_4	0.8876	0.038 15	0.805 8	0.891 3	0.952 1
R_5	0.8358	0.042 94	0.741 1	0.838 9	0.909 9
R_6	0.785	0.046 76	0.685 7	0.788 3	0.868 1
R_7	0.7296	0.052 94	0.619 9	0.732 1	0.825 1
R_8	0.6651	0.058 3	0.545 1	0.667 7	0.772 9
R_9	0.5729	0.063 1	0.446 3	0.575 1	0.693
R_{10}	0.4621	0.06452	0.334 6	0.461 5	0.588 2

由表 3 可以看出, 基于前 6 年的导弹贮存期实弹试验数据, 利用本文模型可以评估当前导弹可靠性, 得到各贮存阶段可靠性的 Bayes 点估计和区间估计. 此外, 还可以预测未来 4 年导弹可靠

性的变化,为贮存可靠性管理提供了科学的决策依据.

为了考察各检测时间段的试验数据对未来可靠性预测的影响,将前 6 年的实弹试验数据逐年

输入进行计算,得到了每增加一个检测时间段的试验数据下 R_{10} 的预测值,如表 4 所示.其中 $R_{10}|D^{(i)}$ 表示在前 i 年试验数据下 R_{10} 的预测值.

表 4 各阶段试验数据下 R_{10} 预测值
Table 4 Prediction estimation of R_{10} under every stage test data

	$R_{10} D^{(1)}$	$R_{10} D^{(2)}$	$R_{10} D^{(3)}$	$R_{10} D^{(4)}$	$R_{10} D^{(5)}$	$R_{10} D^{(6)}$
均值	0.505 7	0.509 8	0.501 9	0.502 1	0.487	0.462 1
标准差	0.070 05	0.069 46	0.069 17	0.067 72	0.067 01	0.064 52

由表 4 可以看出,随着每年试验数据的增加, R_{10} 预测值的标准差逐渐降低,这表明试验数据不断修正了我们对未来贮存阶段可靠性的认识,加深了对 R_{10} 预测值的确信程度.

5 结 论

基于导弹贮存期成败试验数据,本文建立了一种贮存可靠性分析的 Bayes 模型.在此模型中,狄氏先验分布参数意义明确,便于利用历史信息和专家信息.结合现场成败试验数据推导了各检测时间段可靠性的联合后验分布.采用 Gibbs 抽样算法进行后验推导计算,避免了复杂的后验积分计算.得到了导弹贮存阶段可靠性的 Bayes 估计和区间估计,预测导弹未来贮存阶段的可靠性,从而为导弹贮存可靠性管理提供了科学的决策依据.

参考文献:

[1] 罗吉庭,熊志昂,张全虎.不可修武器贮存成败型数据可靠性预测模型的探讨[J].强度与环境,1993,89(1): 60-64.
LUO Jiting, XIONG Zhiang, ZHANG Quanh. Study of

reliability predicting model for non repaired weapon data is pass-fail data [J]. Structure and Environment Engineering, 1993, 89(1): 60-64.
[2] 张志华.基于一次性检测数据的统计分析及其在贮存可靠性中的应用[J].应用概率统计,1995,11(1): 82-87.
ZHANG Zhihua. Statistical analysis and its application of reliability based on lifetime inspected once [J]. Chinese Journal of Applied Probability and Statistics, 1995, 11(1): 82-87.
[3] Mazzuchi T A, Soyer R. A Bayesian attribute reliability growth model [A]. Poceedings annual reliability and mairtainability symposium[C]. 1991, 322-324.
[4] Mazzuchi T A, Soyer R. Reliability assessment and prediction during product development [A]. Proceedings annual reliability and maintainability symposium[C]. 1992, 468-474.
[5] 茆诗松,王静龙,濮晓龙.高等数理统计[M].北京:高等教育出版社,1998.
MAO Shisong, WANG Jinglong, PU Xiaolong. Advanced statistics [M]. Beijing: Higher Educational Publishing House, 1998.
[6] Erkanli A, Mazzuchi T A, Soyer R. Bayesian computations for a class of reliability growth models [J]. Tectnometrics, 1998, 40(1): 14-23.